

Interaction des particules dans la matière et principes de détection

Sommaire :

- **Ionisation directe** : particules chargées lourdes, électrons et positrons.
- **Ionisation indirecte** (particules neutres): photons et neutrons.
- **portée et atténuation** (photons, électrons et neutrons)
- **Bouclier (shielding)** contre électrons, photons, neutrons

IONISATION DIRECTE : PARTICULES LOURDES CHARGÉES

Perte d'énergie :

- Les particules chargées (e^- , p , α ..) ionisent directement le milieu traversé
- Elles perdent leur énergie cinétique le long de leur parcours par **collision** ou par **radiation**.
- On définit la perte d'énergie de ces particules le long de leur chemin dans la matière par la quantité **$-dE/dx$** avec :

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{col} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$$

- **$-dE/dx$** est appelée **pouvoir** ou puissance **d'arrêt** (stopping power)

- la perte d'énergie par collision, $(-dE/dx)_{col}$, se divise en deux parties:
 - une partie collision électronique càd avec les électrons atomiques: $(-dE/dx)_{elec}$
 - une partie collision nucléaire càd avec le noyau $(-dE/dx)_{nucl}$
- La perte d'énergie $(-dE/dx)_{elec} \gg (-dE/dx)_{nucl}$

(le volume atomique est très largement occupé par les électrons)

(dimension noyau = 1 fm = 10^{-15} m versus atome = 10^{-10} m)

Note: $(dE/dx)_{nucl}$ est dominé par des collisions nucléaires qui sont surtout importantes pour les neutrons (réactions neutron-noyau etc... → **NIEL**)

Exemples tirés du code SRIM (<http://srim.org/>)

- **proton-Hydrogène (SRIM)**

- | E (proton) | $(-dE/dx)_{elec}$ | $(-dE/dx)_{nucl}$ |
|------------|-----------------------|-----------------------|
| | (keV/ μ m) | (keV/ μ m) |
| • 100 keV | 2.24×10^1 | 3.78×10^{-2} |
| • 1 MeV | 4.56 | 5.07×10^{-3} |
| • 10 MeV | 7.33×10^{-1} | 6.36×10^{-4} |

- **proton-uranium:** (cortège électronique plus important)

- | E (proton) | $(-dE/dx)_{elec}$ | $(-dE/dx)_{nucl}$ |
|------------|--------------------|-----------------------|
| | (keV/ μ m) | (keV/ μ m) |
| • 100 keV | 2.61×10^2 | 5.15×10^{-1} |
| • 1 MeV | 1.13×10^2 | 1.03×10^{-1} |
| • 10 MeV | 3.21×10^1 | 1.56×10^{-2} |

- Dans le cas des **particules lourdes** (p , α , d ...), la **perte par collision** est beaucoup plus importante que la **perte par radiation**, contrairement aux **particules légères** (e^+ , e^-) pour lesquelles la **perte d'énergie par radiation** devient plus importante au delà de quelques MeV.
- **La perte d'énergie par collision** représente les pertes par :
 - 1) **excitation** qui mène un électron à une couche plus énergétique. Donc dans le processus d'excitation, la particule incidente peut perdre de l'énergie sans enlever un électron de l'atome

2) **ionisation** qui chasse un électron ou plusieurs électrons hors de l'atome. Les produits du processus d'ionisation sont donc des paires: électron éjecté et un atome ionisé.

- Exemples :
- e-h dans un semiconducteur
- e-ion dans un gaz.

Équation de Bethe-Bloch

Équation de Bethe-Bloch

- Le taux moyen de perte d'énergie par unité de longueur d'une particule lourde chargée (ρ , α , π , d ...) est donnée par l'équation de **Bethe-Bloch** avec les hypothèses que:
 - **1)** masse de la particule incidente \gg masse de l'électron (atomique)
 - **2)** Mouvement de l'électron atomique est négligé
- avec ces hypothèses on peut écrire une équation décrivant la perte d'énergie pour une particule lourde chargée – **Équation de Bethe et Bloch**

- Le taux moyen de perte d'énergie par unité de longueur pour une particule lourde chargée est donnée par l'équation de Bethe-Bloch :

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \frac{Z}{A} \rho \frac{z^2}{\beta^2} B$$

$$B \equiv \ln\left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2}\right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} - \frac{C}{Z}$$

- T_{\max} est l'énergie maximale transférée à un électron atomique par une particule incidente massive et chargée:

$$T_{\max} = 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 \left(1 + 2\gamma \frac{m_e}{M} + \frac{m_e^2}{M^2} \right)^{-1}$$

- γ est le facteur de Lorentz

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2} \quad \gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2}$$

- m_e est la masse de l'électron
- M est la masse de la particule incidente
- $\beta = v/c$ ($c =$ vitesse de la lumière)

si $M \gg m_e$ et γ pas très grand, $T_{\max} \approx 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2$

- Z est le nombre atomique de l'atome cible
- A est la masse atomique de l'atome cible
- N_A est le nombre d'Avogadro
- ρ est la densité atomique $N_e = N_A \frac{Z}{A} \rho$
- $r_e = e^2/m_e c^2 = 2.82 \times 10^{-13}$ cm (rayon classique e^-)
- I est l'énergie moyenne d'ionisation

$$I = 10 \times Z^{0.9} eV \quad \frac{I}{Z} = 12 + \frac{7}{Z} [eV] \quad \text{pour } Z < 13$$

$$\frac{I}{Z} = 9.76 + \frac{58.8}{Z^{1.19}} [eV] \quad \text{pour } Z \geq 13$$

- δ est un facteur exprimant la correction due à l'effet de densité sur la perte d'énergie.
- exemples

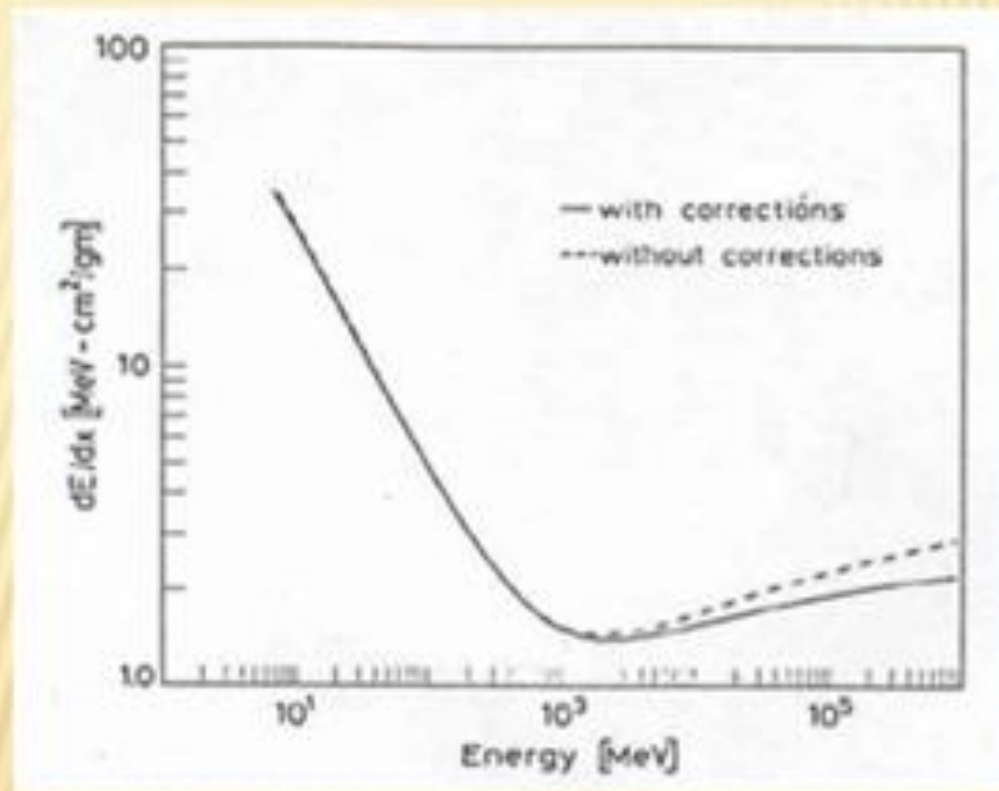
$$\delta(\beta\gamma)/2 \rightarrow \ln(\hbar/\omega_p)I + \ln \beta\gamma - \frac{1}{2} \quad \gamma \gg 1$$

avec la fréquence de plasma du matériau:

$$\hbar \omega_p = \sqrt{4\pi N e r e^3} \times m e c^2 / \alpha$$

- **C/Z** décrit l'effet de couche relié à la non-participation des électrons des couches profondes (K, L,...) dans le processus de collision, à basse énergie. Cet effet existe quand la particule incidente a une vitesse comparable ou plus petite que la vitesse orbitale des électrons atomiques – énergie de transfert négligeable
- → *ajustement polynomial (2d degré)*

Courbe de Bethe-Bloch avec et sans corrections (δ et C)

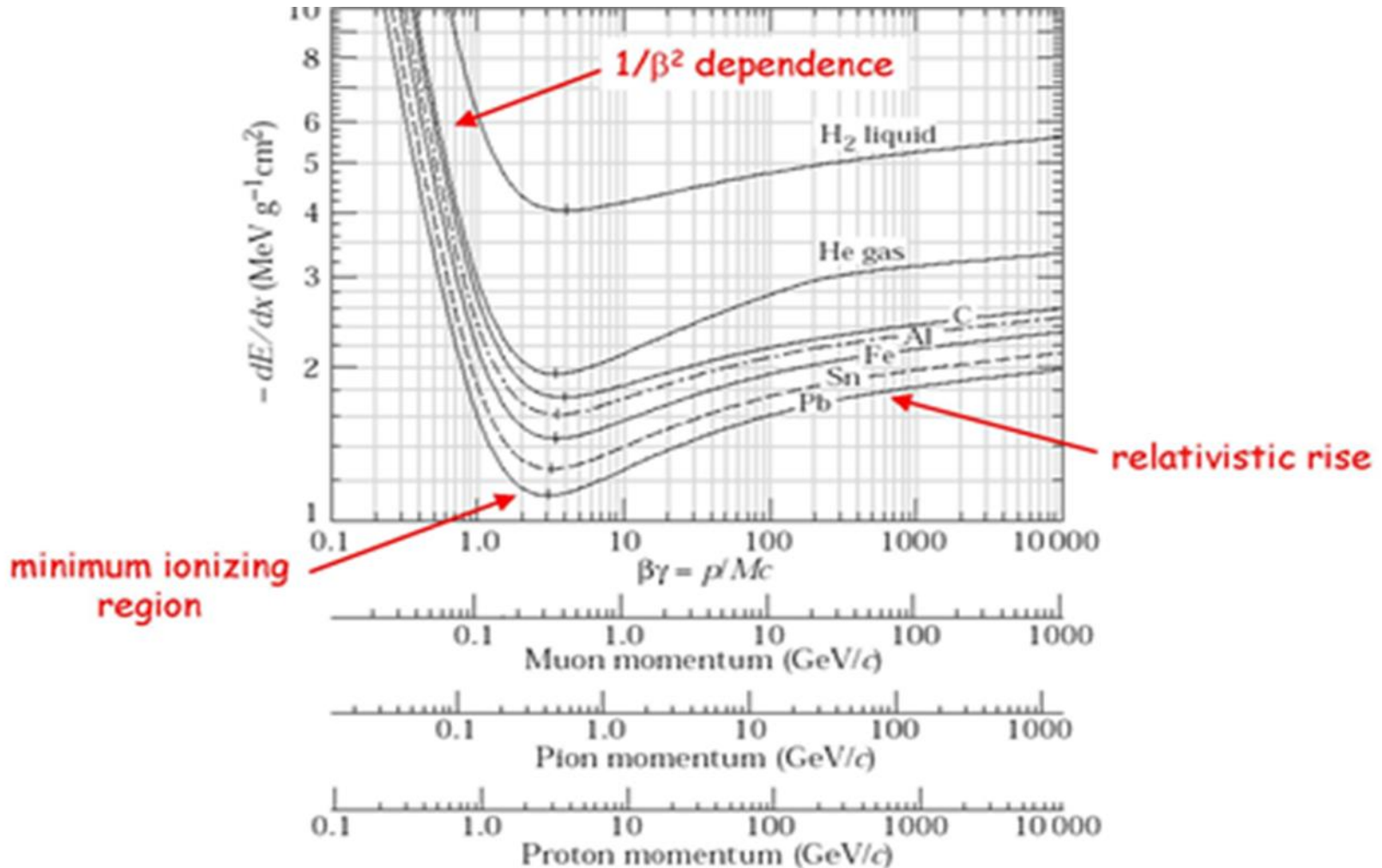


Particules au minimum d'ionisation (mip)

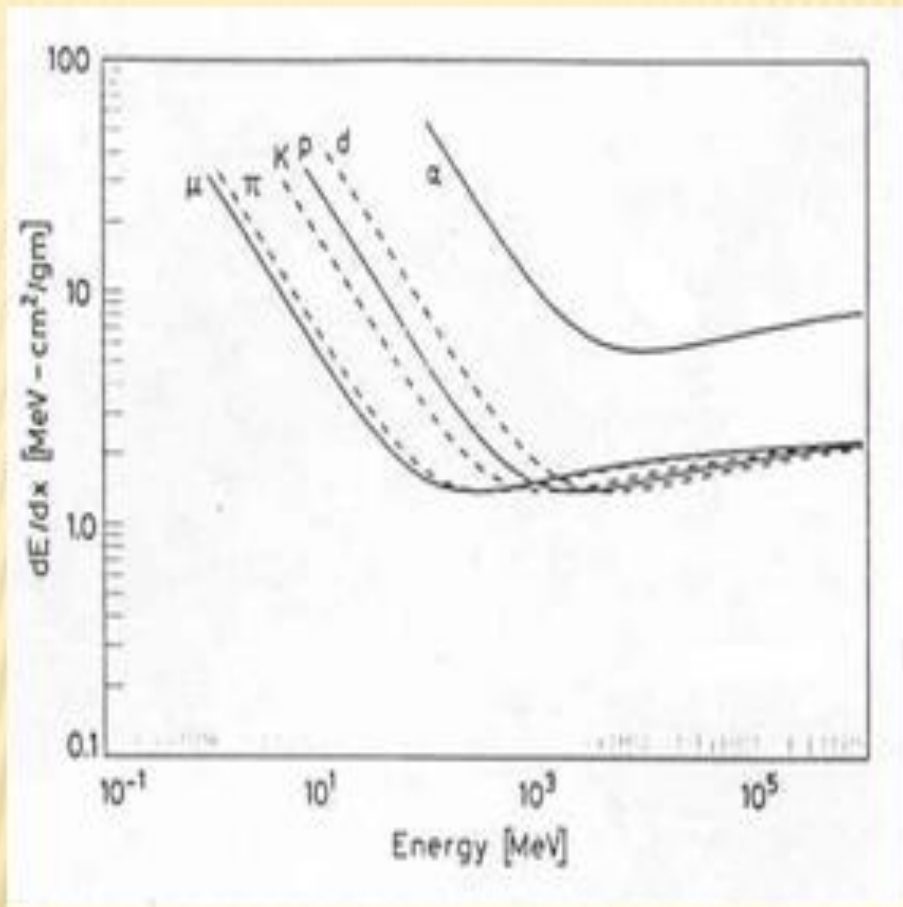
- La perte d'énergie dépend de la masse de la particule incidente ($m_{inc} > m_e$) et de l'énergie cinétique de la particule
- dE/dx minimum pour $\beta\gamma \approx (p/Mc) = 3 - 3.5$: perte d'énergie minimale au-delà de $1/\beta^2 \sim 1/E \rightarrow$
“particules au minimum d'ionisation”
“mimimum ionizing particle” = mip
- Au-delà du minimum, partie logarithmique (montée relativiste car contient les effets relativistes β et γ)

Mip: $\beta\gamma \rightarrow \frac{dE}{dx} \sim 3.5$; Montée relativiste:

dE/dx logarithmique qq absorbeurs

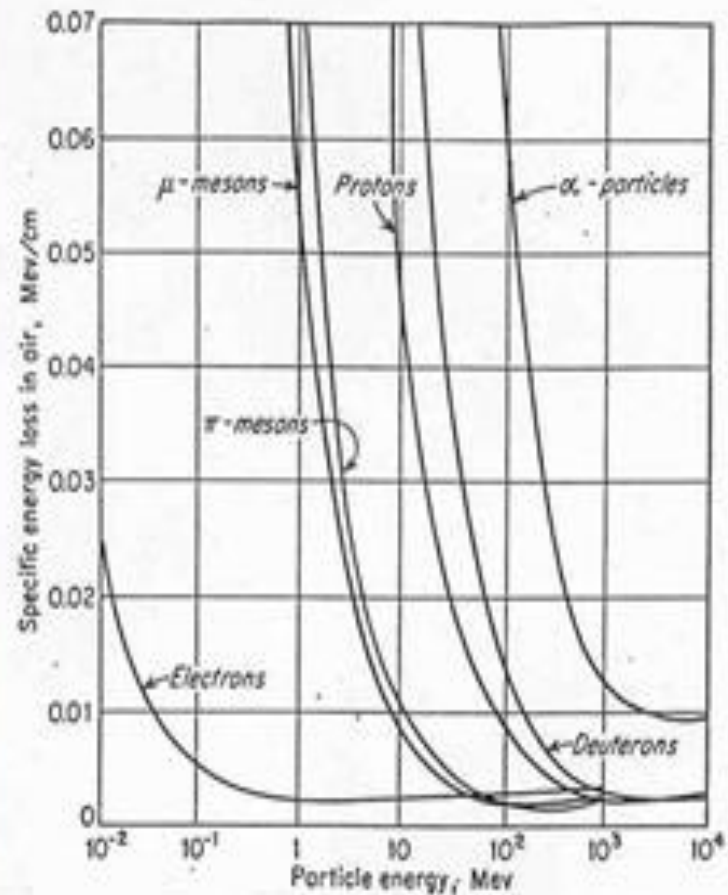


- **Le proton** a une masse de $\sim 1\text{GeV}/c^2$ ($938\text{ MeV}/c^2$), donc peut être **mip** pour une énergie cinétique $> 1\text{ GeV}$).
- La valeur de $-dE/dx$ au minimum d'ionisation est dans la même région pour toutes les particules ayant la même charge (dépendance en z^2). **Chaque particule atteint le minimum d'ionisation avec une impulsion différente, ce qui permet de les identifier.**
- **Une particule de charge ≥ 2** a un taux de perte très élevé puisque $-dE/dx \sim (\text{charge})^2$ exemple **particule α** \rightarrow mip pour des énergies plus élevées.
- L'électron a une masse de $0.511\text{ MeV}/c^2$ et donc peut être mip si son énergie cinétique est de quelques MeV ($2\text{-}3\text{ MeV}$) (cfr Bremsstrahlung – suite cours)



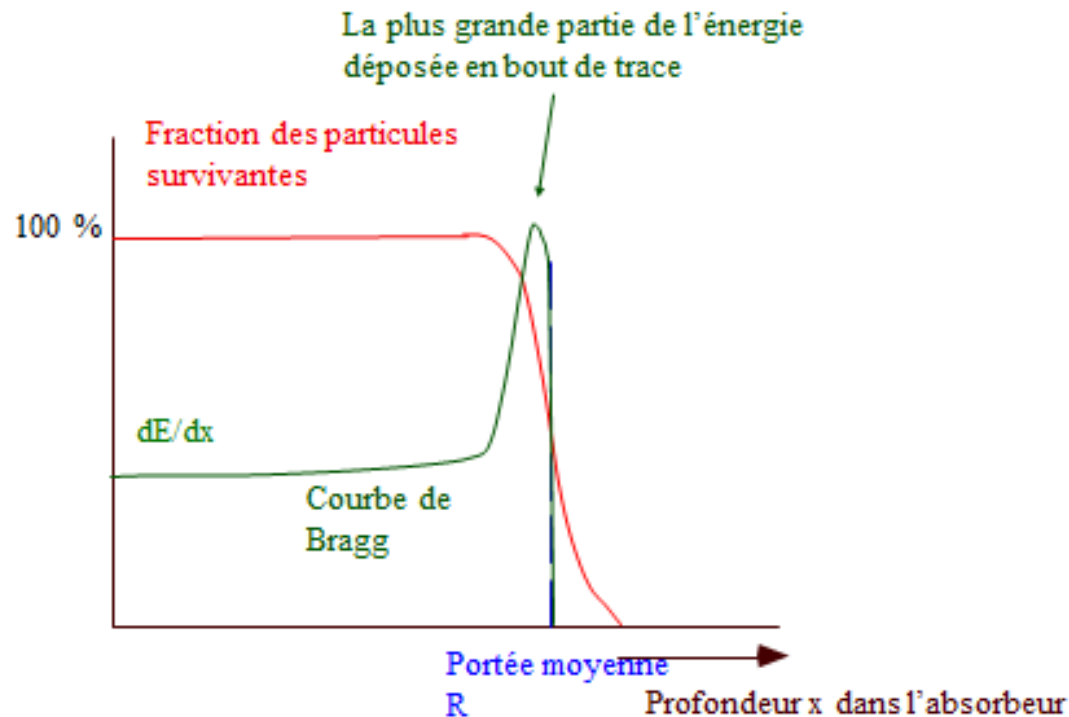
Attention pour l'électron, il y a le bremsstrahlung (voir dans la suite du cours)

MIP- COMPARAISON AVEC ÉLECTRON

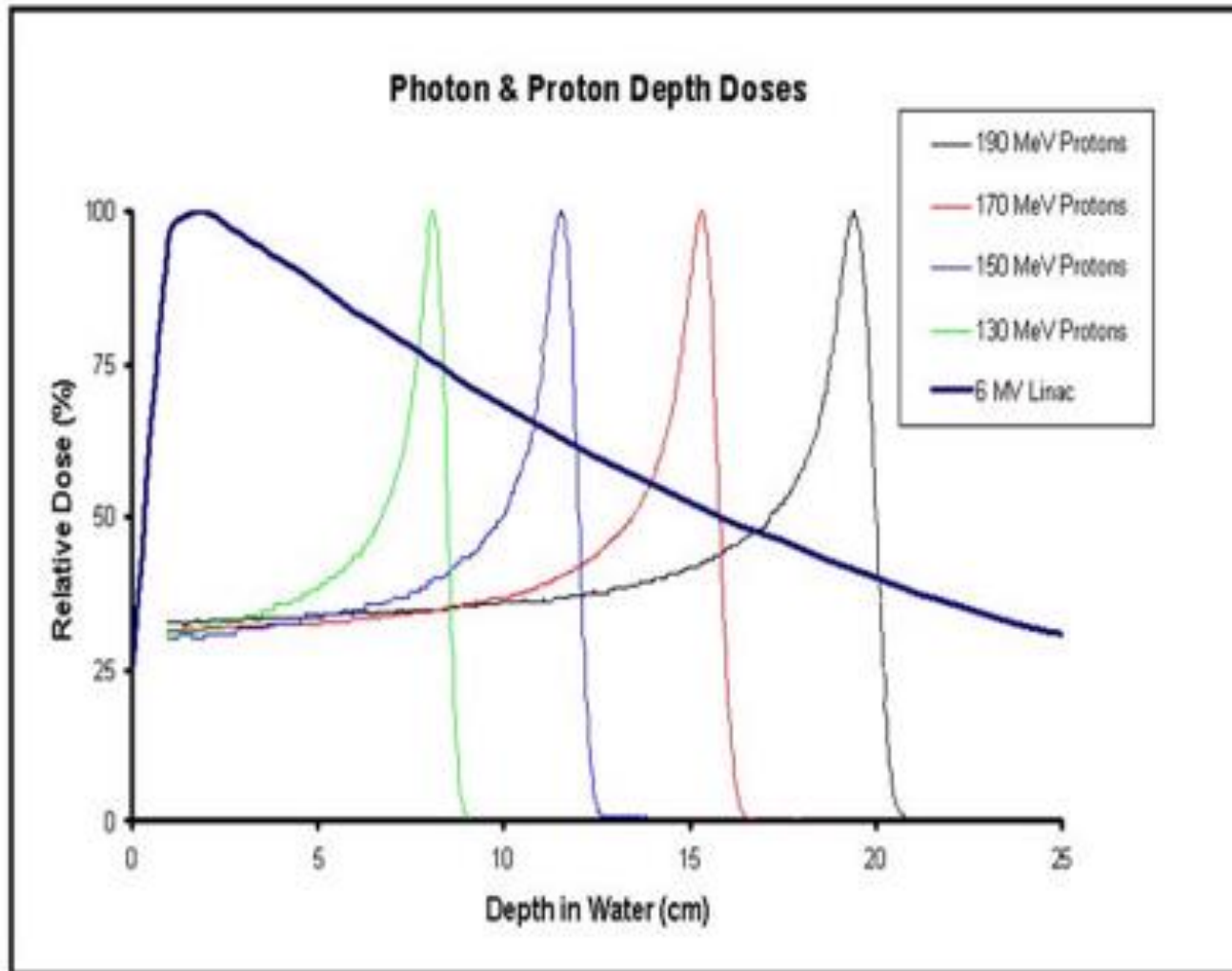


Courbe de Bragg

- Dû à la dépendance en $1/\beta^2$, augmentation rapide du dE/dx à basse énergie pour une particule chargée lourde et stable. Ces particules ayant perdu leur énergie s'arrêtent (lire à "l'inverse de Bethe Bloch"): pic de Bragg.



Comparaison de courbes de Bragg protons à une courbe de photons

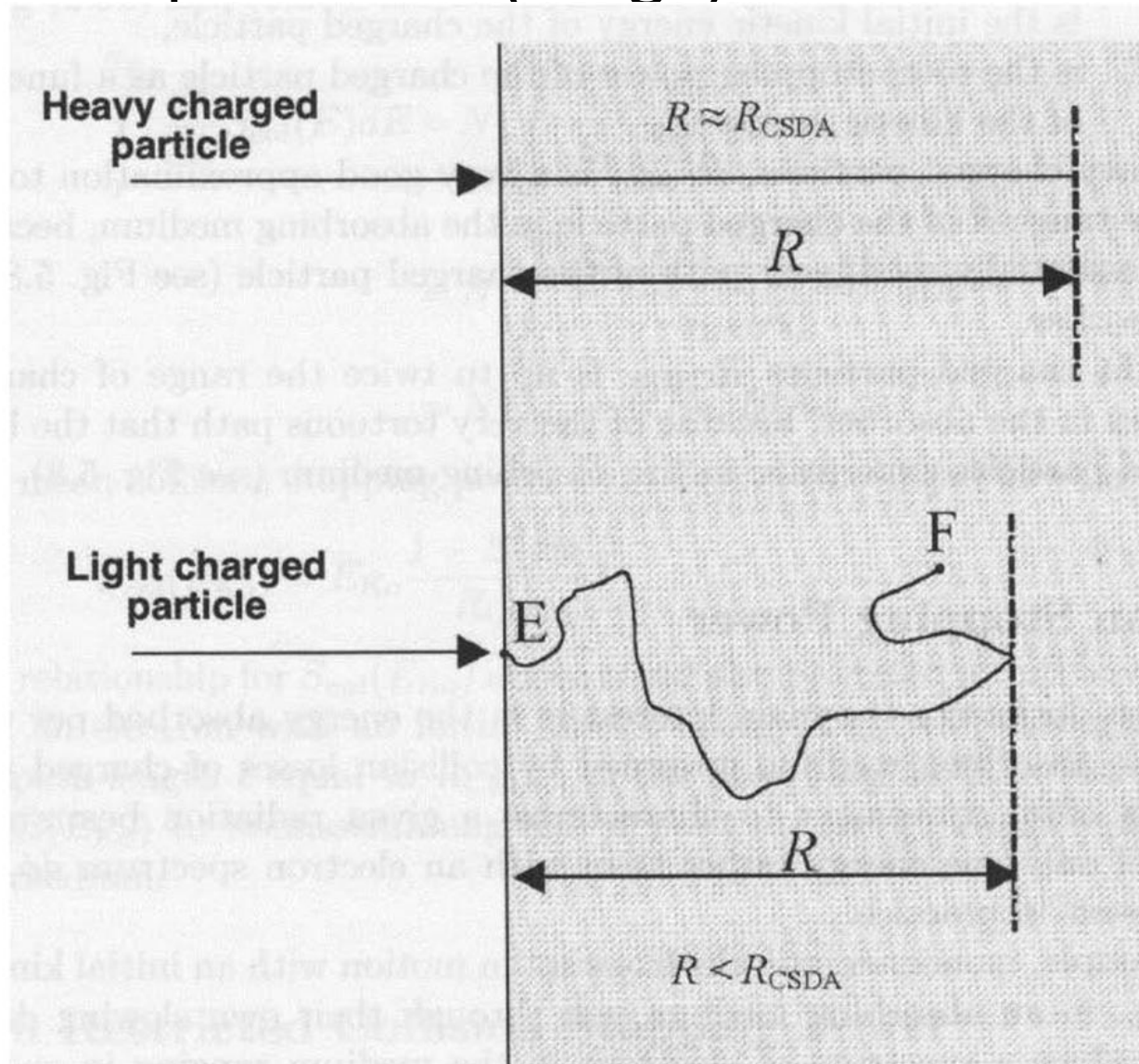


Portée (range) des particules dans la matière

- La **perte d'énergie** est un phénomène statistique. Le paramètre d'impact de collision et le nombre de collisions varient \Rightarrow **perte d'énergie dans la matière fluctuent** \Rightarrow *parcours limité* avant son arrêt dans la matière.
- On définit **généralement la portée (range)** comme la **distance parcourue** par une particule chargée, d'énergie donnée dans un **absorbeur donné**.

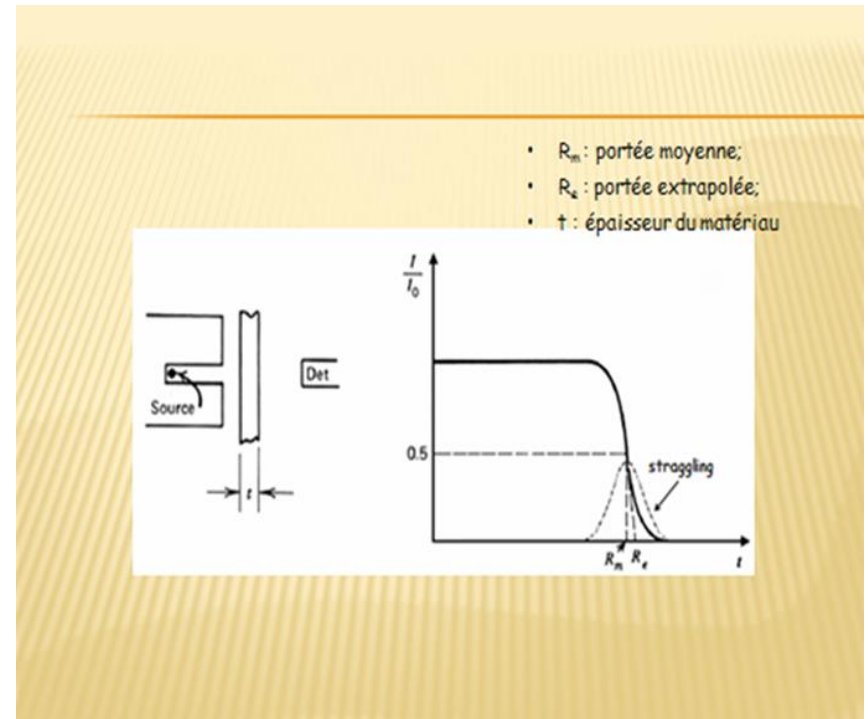
- Deux particules chargées identiques et de même énergie initiale peuvent avoir des pertes d'énergie différentes et avoir un parcours différent dans la matière
- Les particules lourdes (ex. particule $\alpha \rightarrow$ *sont* peu sensibles aux interactions coulombiennes avec les électrons atomiques \Rightarrow trajectoires \sim rectilignes.
- Les particules légères (ex. électrons) ont des trajectoires en zig-zag causées par les collisions coulombiennes avec les électrons atomiques \rightarrow portée réelle moins grande que celle attendue
- \rightarrow straggling transverse et longitudinal

Portée des particules (range) dans la matière

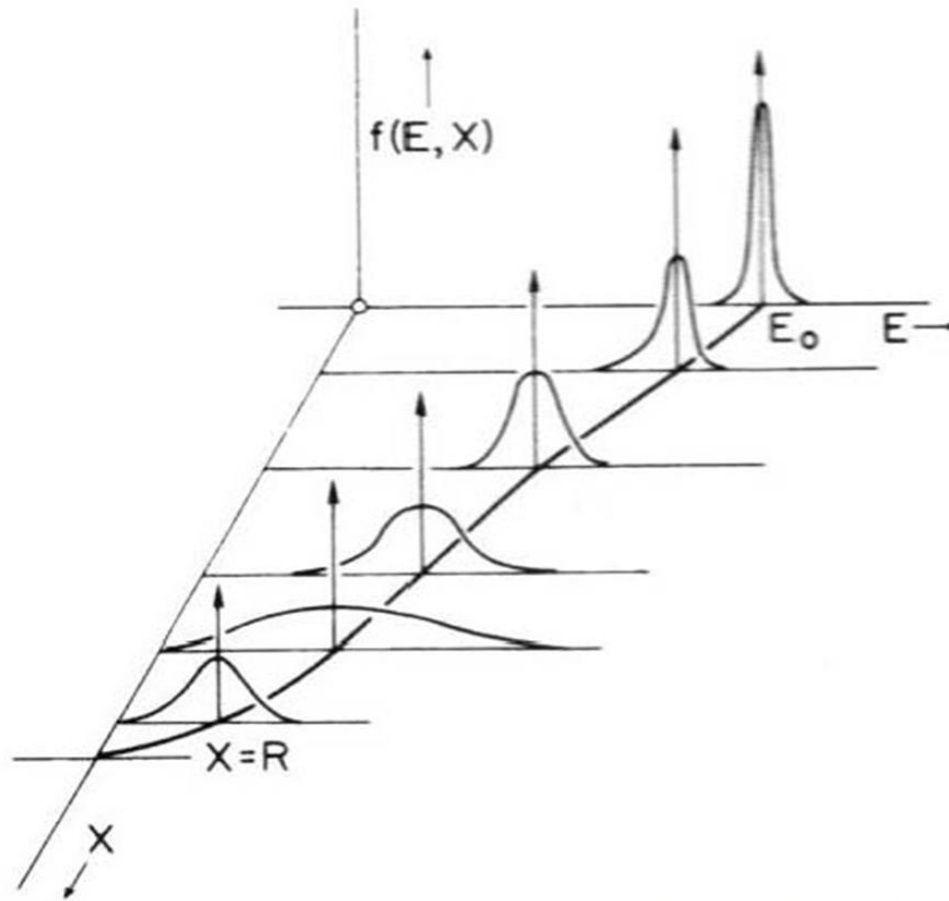


Straggling longitudinal

- plus une particule est légère plus le straggling est important
- Pour un faisceau monochromatique
- distribution gaussienne de la portée c-à-d des distances parcourues par les particules du faisceau avant leur arrêt



Straggling lateral (illustration)



Relation portée-énergie

- La **portée** d'une particule peut-être calculée comme **l'inverse du pouvoir d'arrêt** (donnée par la formule de Bethe-Bloch) :

$$R(E_0) = \int_{E_0}^0 \frac{1}{-\frac{dE}{dx}} dE$$

- Approx. à basse énergie, $-\frac{dE}{dx} \sim \beta^{-2} \sim E^{-1}$

$$R(E_0) = \int_{E_0}^0 E dE \propto E_0^2$$

Expression analytique de la courbe de Bragg (approximation)

- L'expression approximative de la relation entre portée et énergie peut être étendue à une expression plus générale bien qu'étant aussi approximative:

$$R(E) = a \times E^b$$

- les valeurs de a et b tirées de l'ajustement à des valeurs données par SRIM (par exemple)

Courbe de Bragg : modèle analytique (R + Straggling)

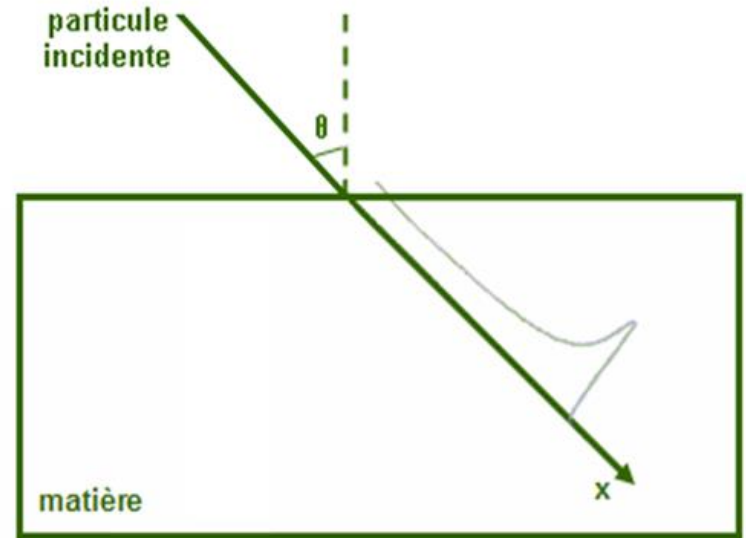
- durant son trajet dans la matière, la particule perd de

l'énergie de $x = 0$

jusqu'à $x = R$ (portée) où elle s'arrête.

- On définit $E(x)$ l'énergie de la particule à une profondeur x qui lui permet de parcourir la distance restante $R-x$. Alors l'équation précédente peut être généralisée sous la forme :

$$R - x = a \times E(x)^b$$



$$E(x) = a^{-\frac{1}{b}} \times (R - x)^{-\frac{1}{b}}$$

énergie de la particule en fonction de la distance parcourue.

La perte d'énergie se détermine alors en dérivant $E(x)$ par rapport à x :

$$-\frac{dE(x)}{dx} = (b \times a^{\frac{1}{b}})^{-1} \times (R - x)^{\frac{1}{b}-1}$$

- Pour la courbe de Bragg, on doit inclure le straggling dans l'équation donnant la perte d'énergie en fonction de la profondeur
- Pour tenir compte du straggling, on peut considérer qu'on a une distribution gaussienne de portée, donc la perte d'énergie devient:

$$\rightarrow -\frac{dE}{dx} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \frac{1}{b^* a^{\frac{1}{b}}} \int_{-\infty}^R (R-x)^{\frac{1}{b}-1} e^{-(x-\bar{x})^2/2\sigma^2} d\bar{x}$$

Ionisation Directe : électrons et positrons

- les électrons et positrons sont très légers comparés au proton et à une particule α (par exemple)
- \rightarrow leurs pertes radiatives $(dE/dx)_{\text{rad}}$ dans la matière sont très importantes pour $E > \sim 10$ MeV) \Rightarrow pour e^- et e^+ \rightarrow pertes d'énergie par collisions + Bremsstrahlung

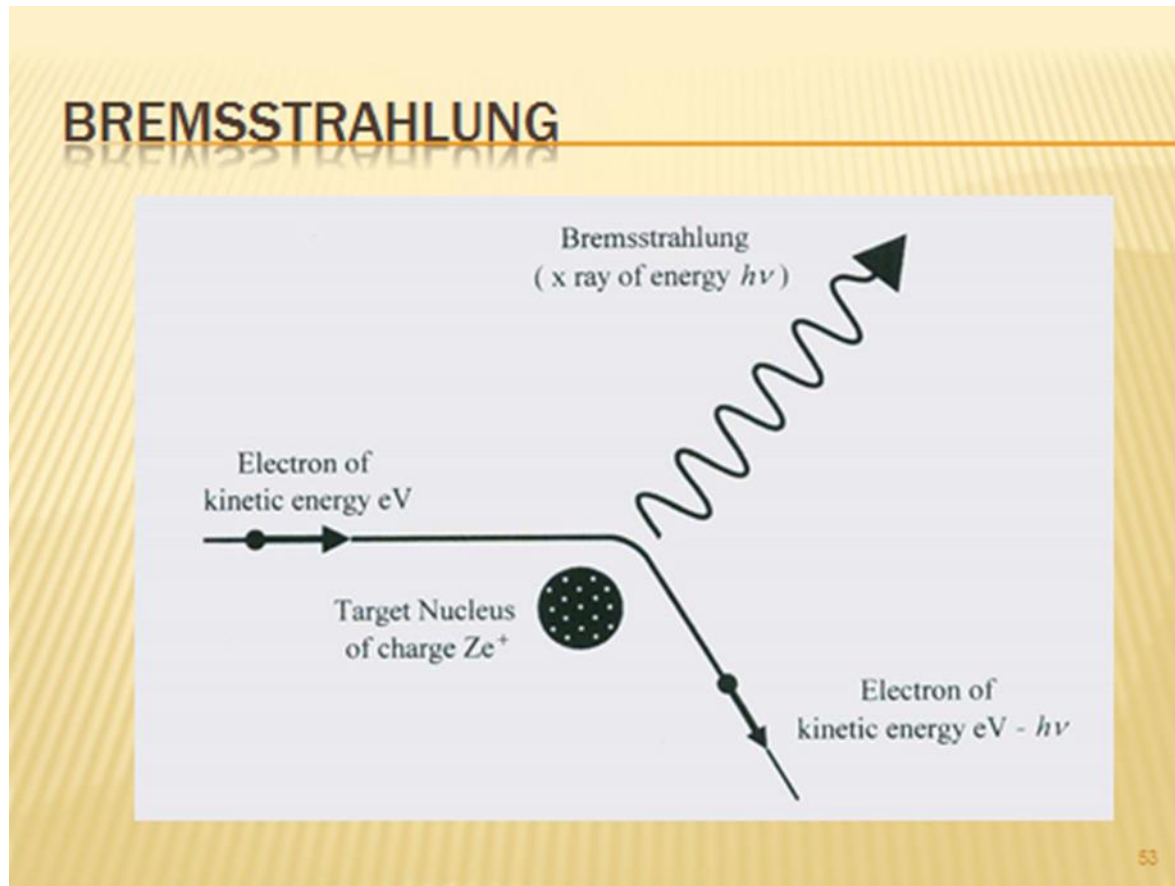
$$\rightarrow -dE/dx = (-dE/dx)_{\text{col}} + (-dE/dx)_{\text{rad}}$$

La perte d'énergie par collision $(dE/dx)_{\text{col}}$ donnée par Bethe-Bloch doit être modifiée

- 1) l'électron, positron \rightarrow même masse que l'électron atomique.
- 2) l'électron atomique ne peut plus être au repos

Rayonnement de freinage (bremsstrahlung)

- Dans le champ d'un noyau



Partie collision $(dE/dx)_{col}$ éq. de Bethe-Bloch modifiée

l'expression suivante est utilisée (τ est l'énergie de e^- ou e^+ en unité de $m_e c^2$) (e^- incident est identique à e^- atomique) :

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{col} = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \left\{ \frac{\tau^2 (\tau + 2)}{2(I / m_e c^2)^2} \right\} + F(\tau) - \delta - 2 \frac{C}{Z} \right]$$

$$F(\tau) = 1 - \beta^2 + \frac{\tau^2 - (2\tau + 1) \ln 2}{8(\tau + 1)^2} \quad \text{pour } e^-$$

$$F(\tau) = 2 \ln 2 - \beta^2 \left(23 + \frac{14}{\tau + 2} + \frac{10}{(\tau + 2)^2} + \frac{4}{(\tau + 2)^3} \right) \quad \text{pour } e^+$$

Perte radiative (dE/dx)rad

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad}} = 4\alpha N_A \frac{z^2 Z^2}{A} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2}\right) E \frac{\ln 183}{Z^{1/3}} \propto \frac{E}{m^2} \frac{\ln 183}{Z^{1/3}} \propto \frac{E}{m^2}$$

dépendance en $1/m^2$ importante

pour les collisionneurs e^-e^+

(moins importante pour proton– proton)

pour e^-

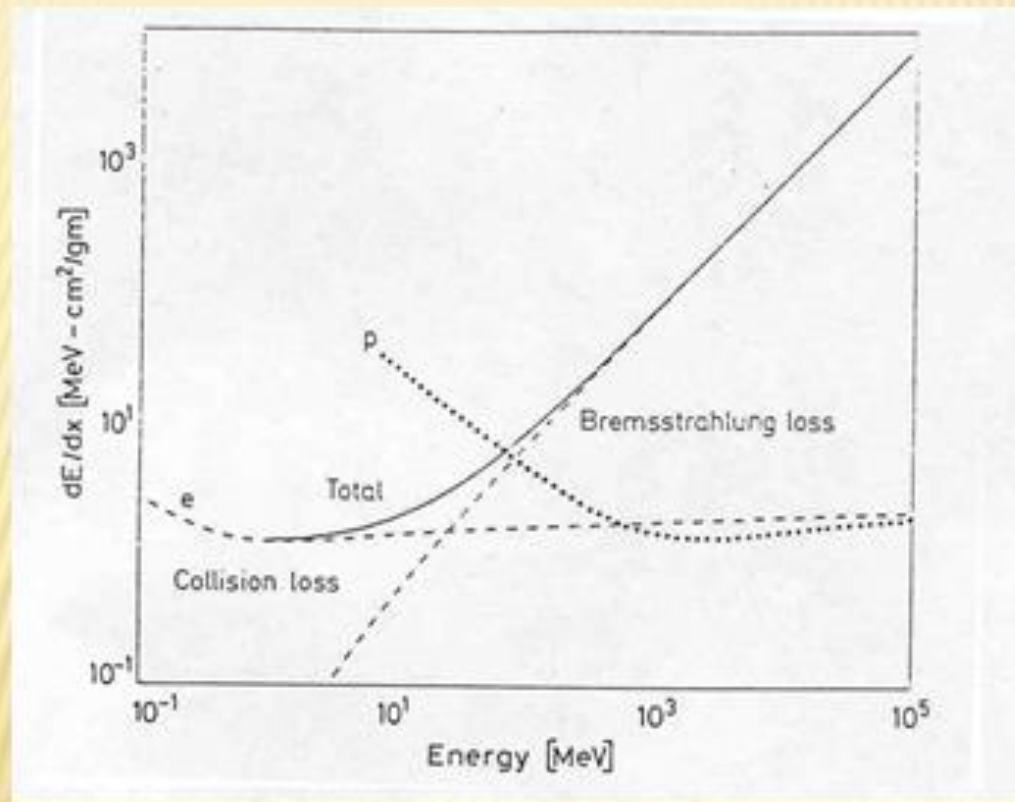
$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad}} = 4\alpha N_A \frac{z^2 Z^2}{A} r_e^2 E \frac{\ln 183}{Z^{1/3}} \propto E Z^2$$

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad}} = \frac{E}{X_0}$$

$$X_0 = \frac{1}{4\alpha N_A \frac{z^2 Z^2}{A} r_e^2 \frac{\ln 183}{Z^{1/3}}} = \text{longueur de radiation}$$

$$\Rightarrow -\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad}} = e^{-\frac{E}{X_0}}$$

From Leo's p.40



Énergie critique

$$\frac{dE}{dX} = \frac{dE}{dx_{col}} + \frac{dE}{dx_{rad}} \quad (\text{rad ou brems})$$

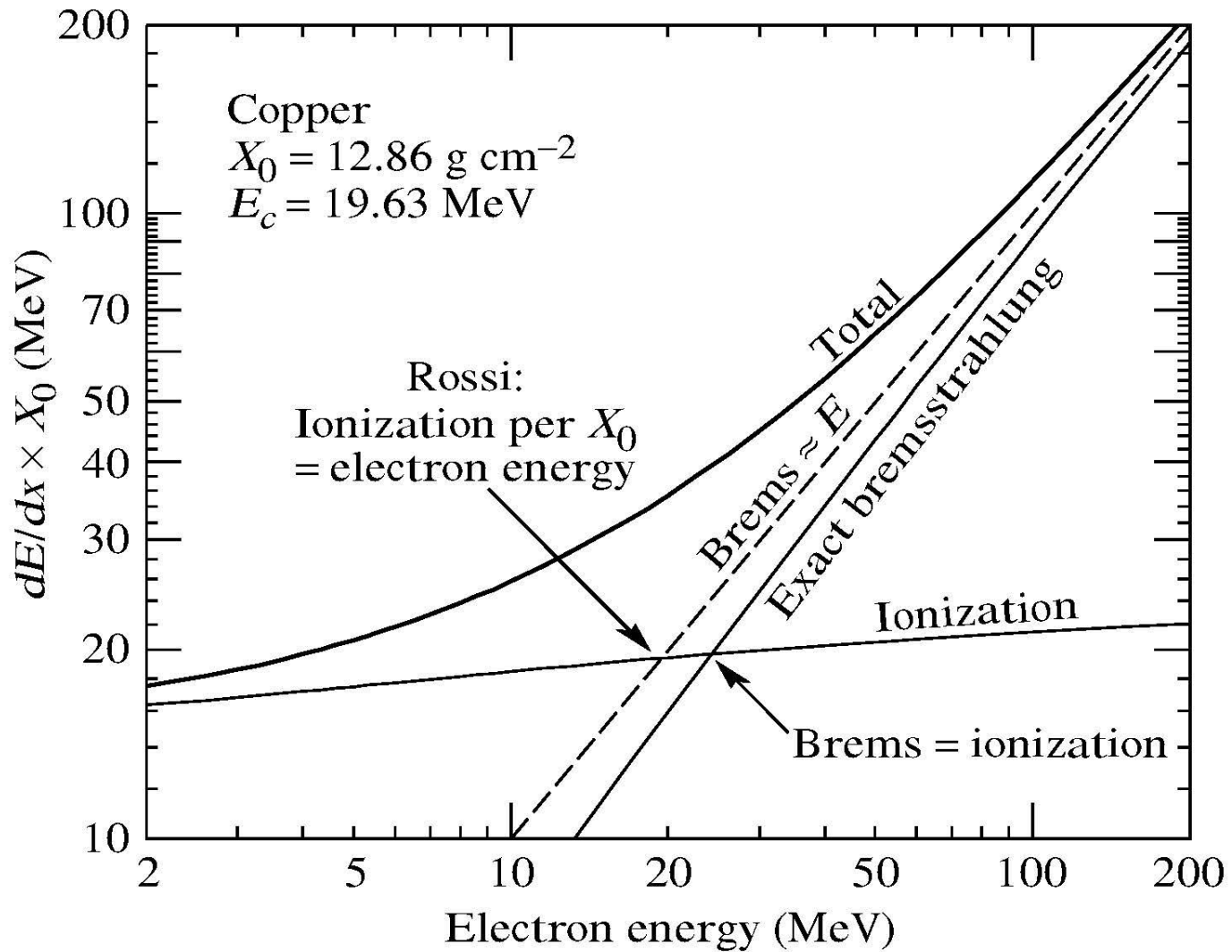
- On définit l'énergie critique (**Ec**), l'énergie pour laquelle:

$$\frac{dE}{dx}(Ec)_{col} = \frac{dE}{dx}(Ec)_{rad}$$

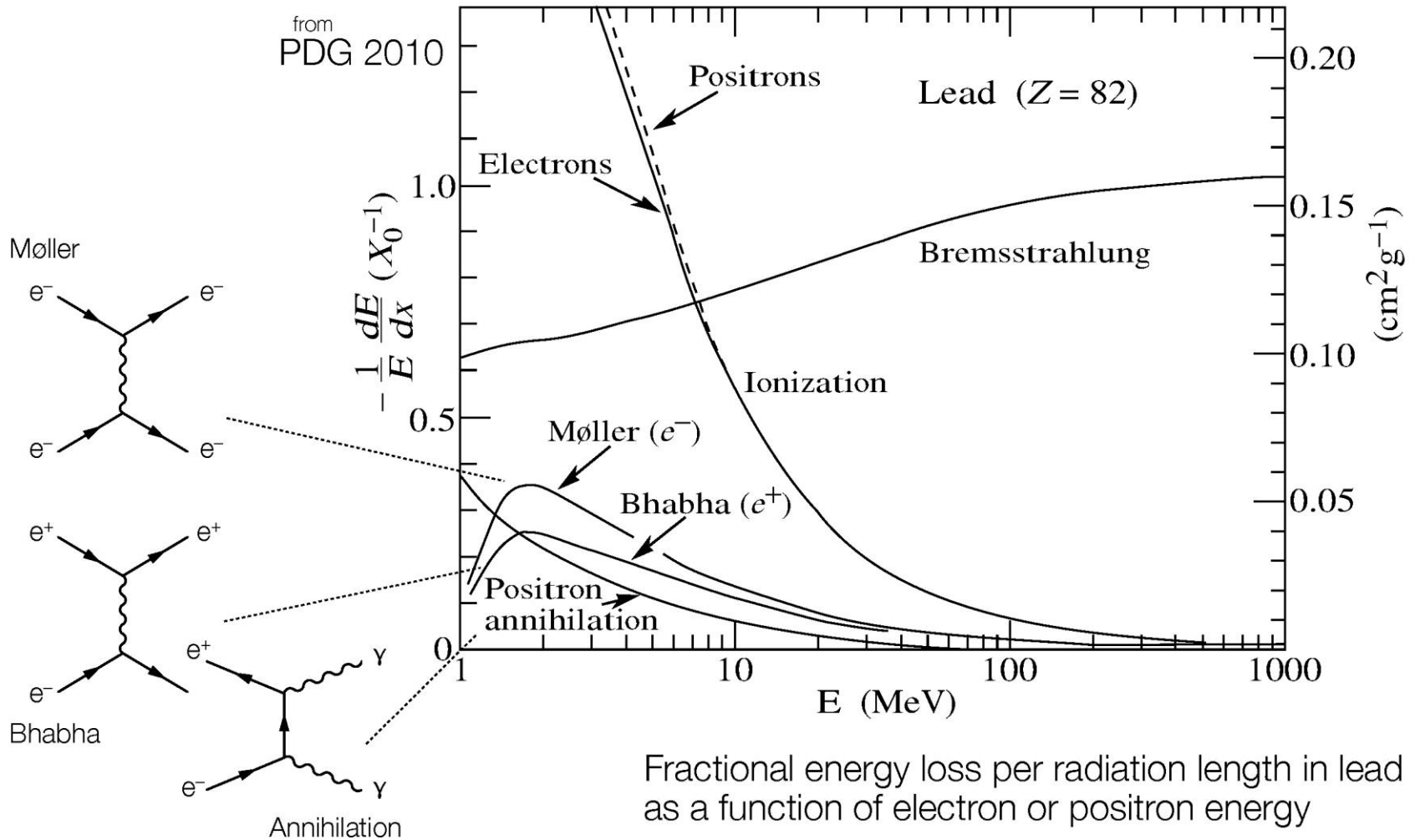
$$Ec = \frac{710MeV}{Z + 0.92} \quad (\text{gas})$$

$$Ec = \frac{610MeV}{Z + 1.24} \quad (\text{solide, liquide})$$

- Pour Cu: $Ec \approx 610/30 \sim 20$



Perte d'énergie totale pour électrons et positrons



Particules beta (β) - atténuation

- Les rayons β sont émis dans un spectre continu d'énergie (exemple désintégration beta du neutron)
- Contrairement aux particules lourdes, les rayons β ayant moins de masse sont fortement défléchis à chaque rencontre avec les atomes (interaction coulombienne) \rightarrow se déplacent en "Zig-Zag".
- l'atténuation pour ces particules est selon une (exponentielle décroissante) avec la distance parcourue dans l'absorbeur

$$I(x) = I(x=0) e^{-\mu x} = I_0 e^{-\frac{\mu}{\rho} \rho x}$$

Le coefficient d'atténuation μ/ρ s'écrit (exemple de Al) :

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{17}{E_{\max}^{1.14}}$$

La portée R des β s'écrit: pour

$$0.01 \leq E \leq 2.5 \text{ MeV}$$

$$R = 0.412 E^{(1.265 - 0.0954 \ln E)} \quad (R \text{ en } g \text{ cm}^{-2}, E \text{ en MeV})$$

$$\text{ou } \ln E = 6.63 - 3.24(3.29 - \ln R)^{1/2}$$

$$\text{pour } E > 2.5 \text{ MeV}$$

$$R = 0.530 E - 0.106$$

$$\text{ou } E = 1.89 R + 0.200$$

Liens Utiles (web)

- ♦ Stopping and Range of Ions in Matter (SRIM) : <http://srim.org/>
- ♦ Stopping-power and range tables for protons (PSTAR) :
<http://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/PSTAR.html>
- ♦ Stopping-power and range tables for alphas (ASTAR) :
<http://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/ASTAR.html>
- ♦ Stopping-power and range tables for electrons (ESTAR) :
<http://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/ESTAR.html>
- ♦ National Nuclear Data Center (NNDC) : <http://www.nndc.bnl.gov/>
- ♦ Photon cross sections for scattering and attenuation coefficients :

Ionisation indirecte: photons

Interactions photon dans la matière

- Effet photoélectrique pour des photons de quelques keV à $\sim 100\text{keV}$
- Effet Compton pour des photons jusqu'à quelques MeV
- Création de paires (et triplets) pour des photons $>1.022\text{ MeV}$ ($> 2.044\text{ MeV}$)

Effet photoélectrique

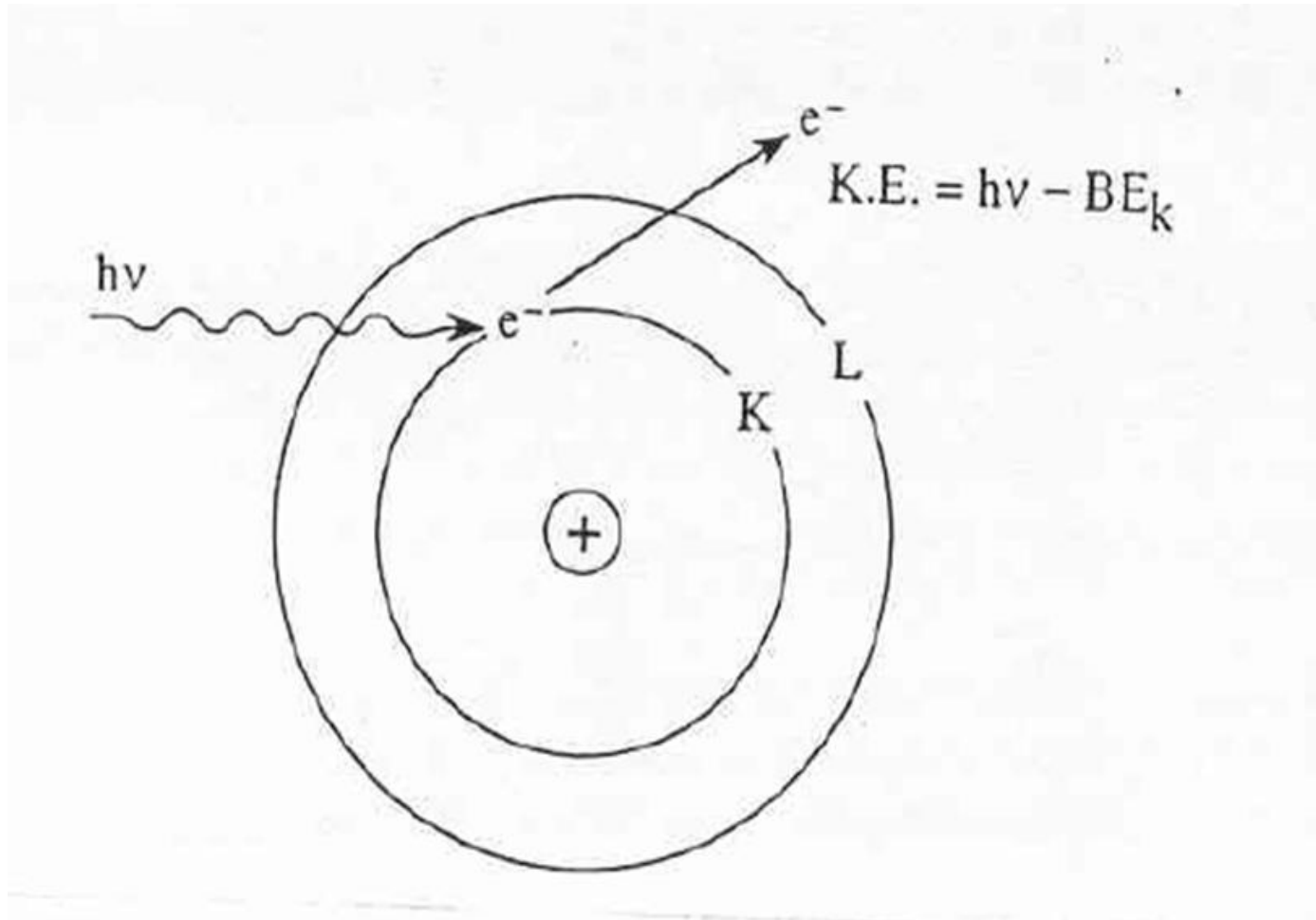
- Le photon incident d'énergie E_γ interagit avec un électron atomique. Le photon disparaît et est converti en un électron (**photoélectron**) d'énergie :

$$E_e = E_\gamma - BE_i$$

- où BE_i est l'énergie de liaison de l'électron à la couche i .
- Effet dominant pour des photons de basse énergie (≤ 100 keV et produit des électrons de basse énergie)

- **L'énergie de liaison** (= **potentiel d'ionisation**) dépend du nombre atomique Z et de la couche de l'électron
- $BE_K = -Ry (Z - 1)^2$ [eV] i.e., 2.3 keV et 3.9 keV pour Si et Ar, resp. **(-13.6 eV pour hydrogène)**
- $BE_L \sim - (Ry/4) (Z - 5)^2$ [eV] i.e., 0.28 keV et 0.58 keV pour Si et Ar, resp.
- $BE_M \sim - (Ry/9) (Z - 13)^2$ [eV] i.e., 0.002 keV et 0.038 keV pour Si et Ar, resp

$Ry = 13.6$ eV (énergie de Rydberg) : pour l'hydrogène, un électron dans l'état fondamental (ground state) a une énergie -13.6 eV, relative au seuil d'ionisation (il faut $+13.6$ eV pour ioniser)

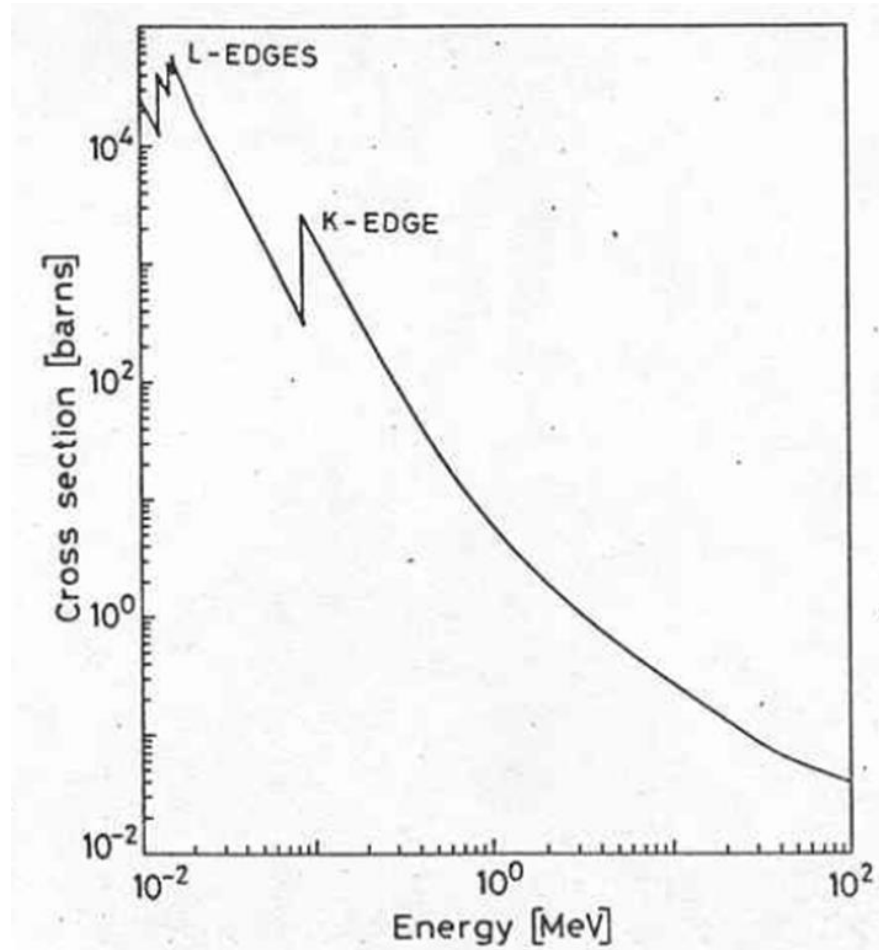


- Plus l'énergie du photon incident $h\nu$ est grande plus il peut pénétrer le nuage électronique de l'atome et donc atteindre la couche K et en chasser un électron avec la possibilité alors pour un électron d'une couche L, M... de transiter vers cet espace vacant en émettant un Rayon X.
- Un photon de plus basse énergie ne peut atteindre que les couches externes (M, L ...) et donc produire seulement un L-edge, M-edge...
- Un edge correspond à l'énergie minimale que doit avoir le photon pour pouvoir éjecter un électron de la couche en question.
- Un edge correspond à un effet de seuil qui est caractéristique de chaque atome.

Structure en “edges”: exemple du Pb

- Pb a les “edges” aux énergies d’ionisation suivantes pour les couches correspondantes:
- Couche K ; edge à 88.0 keV
- Couche L1: edge à 15.9 keV
- Couche L2: edge à 15.2 keV
- Couche L3: edge à 13.0 keV
- Couche M: edge à 3.9 keV

Exemple du Pb



Section efficace de l'effet photoélectrique (exemple couche K)

- On définit:

$$\varepsilon = E_\gamma / m_e c^2$$

$$\varepsilon_K < \varepsilon < 1 \quad (\varepsilon_K \text{ est le } K - \text{absorption edge})$$

$$\sigma_{p.e.}^K = \left(\frac{32}{\varepsilon^7} \right)^{\frac{1}{2}} \alpha^4 Z^5 \sigma_{Th}^e$$

$$\text{avec } \sigma_{Th}^e = \frac{8}{3} \pi r_e^2 \quad (\text{Sect. eff. Thomson})$$

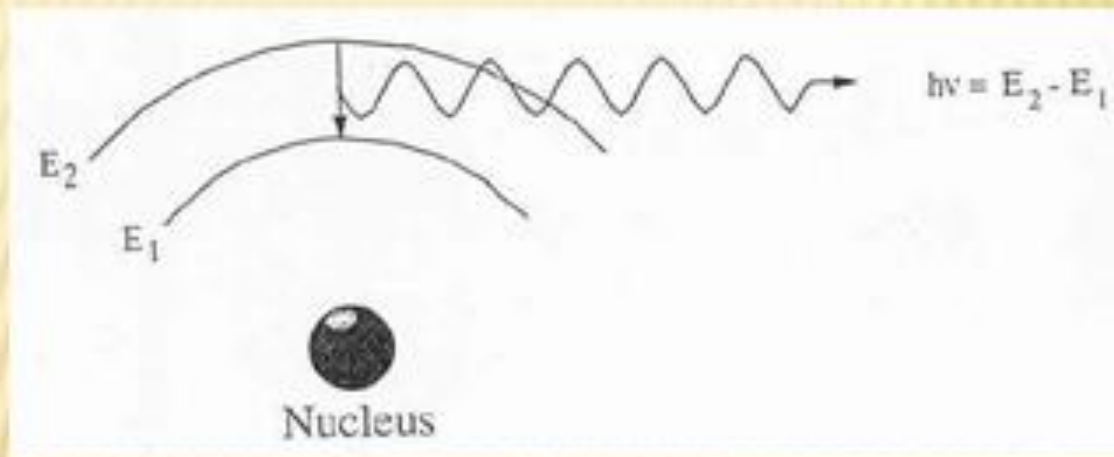
$$\alpha = 1/137$$

$$r_e (\text{rayon classique de l'électron}) = 2.817 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

$$\text{aussi } \sigma_{pe} = Z^5 / h\nu \text{ (H.E.) et } Z^4 / (h\nu)^3 \text{ (L.Energy)}$$

Émission et absorption de photons

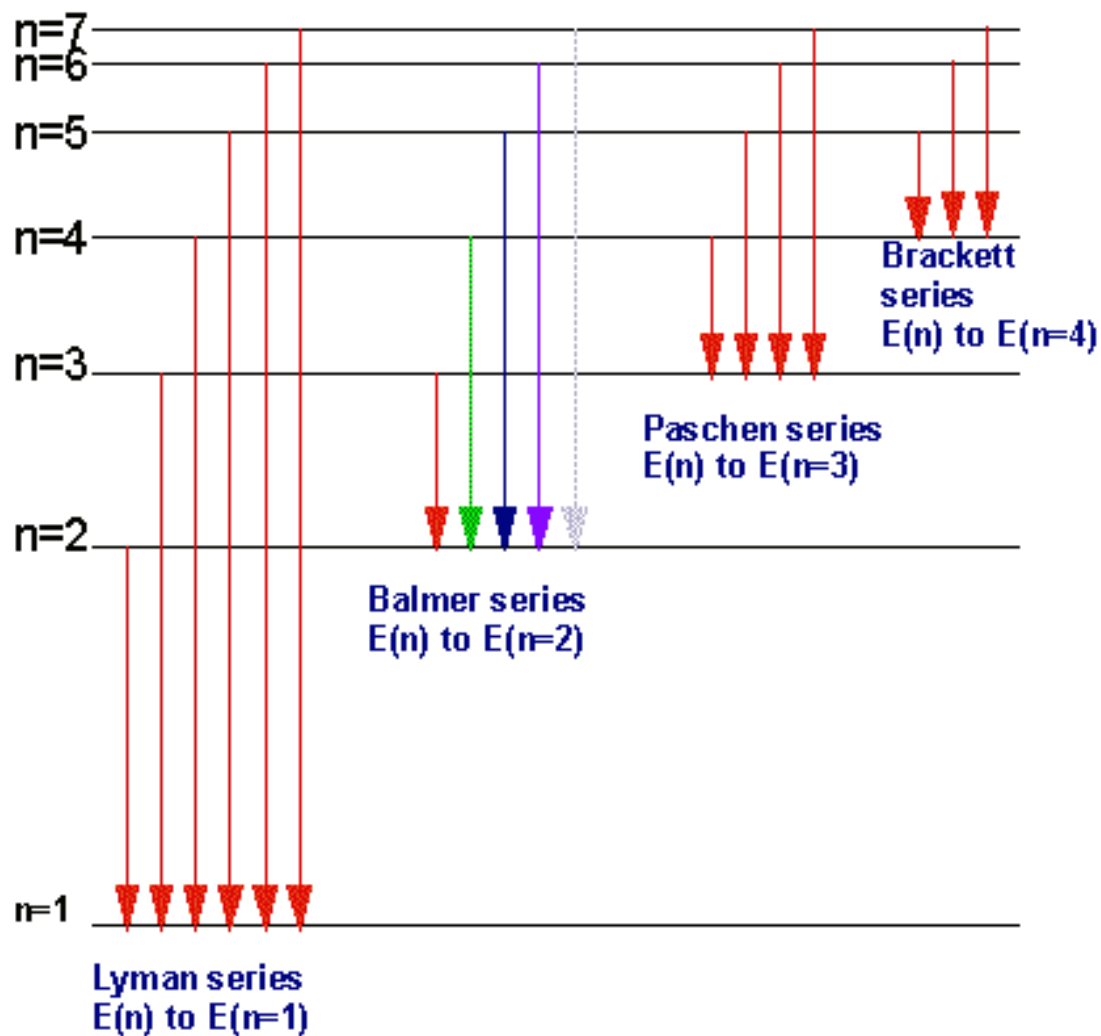
Emission d'un RX caractéristique

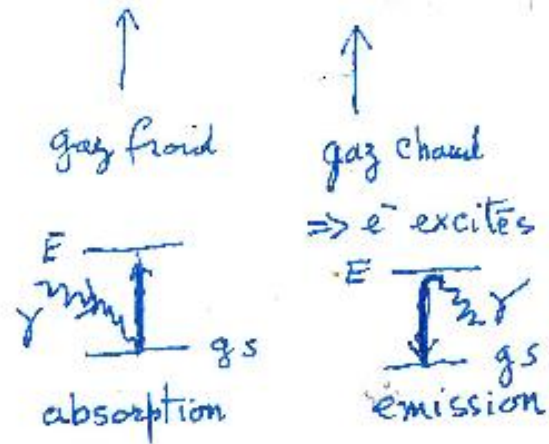
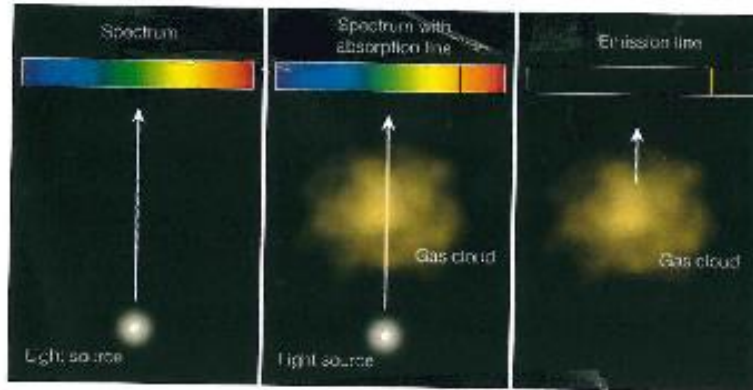


- → **spectres d'émission et absorption**
- Si un photon excite un électron d'un atome, cet électron va transiter vers un autre couche. ex: n=1 ("ground state") vers n = 2:

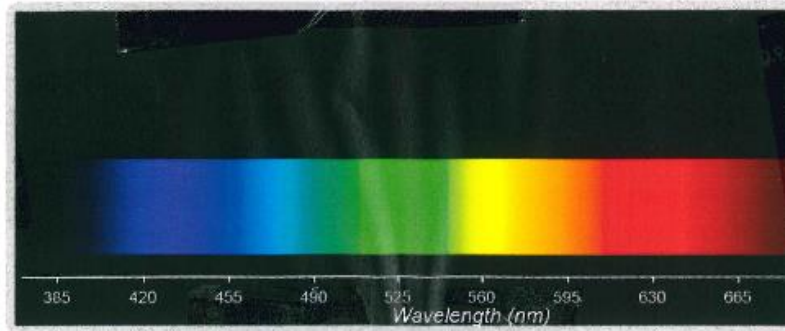
$$E_n = -13.6 \text{ eV } Z^2/n^2 \quad (\text{hydrogène, } Z = 1)$$
- Un photon sera émis s'il a exactement l'énergie correspondant à la différence d'énergie entre les deux niveaux (électron excité) $(E_\gamma = E_2 - E_1)$
- Un photon sera absorbé s'il a exactement l'énergie correspondant à la différence d'énergie entre les deux niveaux $(E_\gamma = E_1 - E_2)$
- **Exemple découplage des photons à l'époque suivant la recombinaison électron – proton (378,000 années après le big bang)**

Electron transitions for the Hydrogen atom

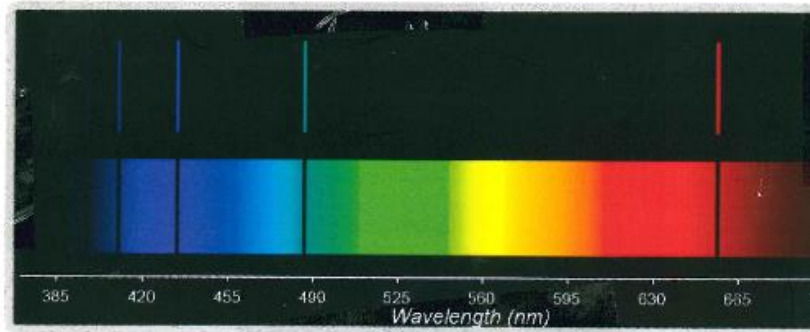




PLANCK - BLACK BODY



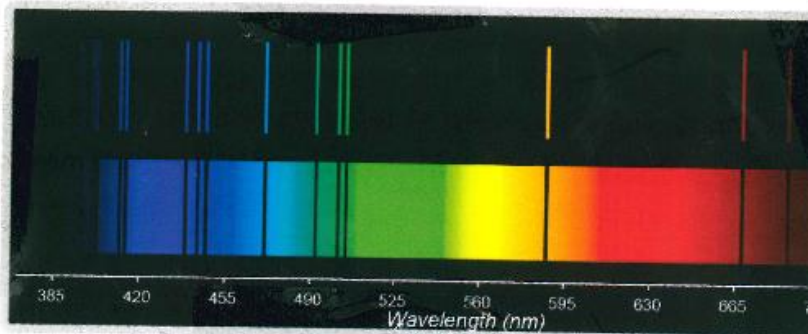
HYDROGEN



E_m
(H)

A_b
(CG)

HELIUM



E_m
(HG)

A_b
(CG)

Note sur la transition Lyman- α

- Pour une transition dans l'hydrogène des niveaux $n = 2$ à $n = 1$ (transition Lyman- α)

$$E_n = -13.6 \text{ eV} \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right] = 10.2 \text{ eV} = E_e = E_\gamma$$

(pas d'ionisation car $< 13.6 \text{ eV}$)

$$E = h\nu = 2\pi\hbar c/\lambda \implies \lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E} = 121.6 \text{ nm}$$

et $\nu = 2.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$

$$E_{\text{atome}} = E_{\text{electron}} (\text{transition}) = E_\gamma \quad (p_{\text{recoil}} = p_\gamma)$$

$$E_{\text{atome}} = p^2/2m \quad (\text{use } E = \frac{1}{2} m v^2 \text{ et } p^2 = m^2 v^2)$$

$$p^2/2m \sim 5.6 \times 10^{-8} / 10.2 = 5.4 \times 10^{-9}$$

= Fraction énergie emportée par l'atome

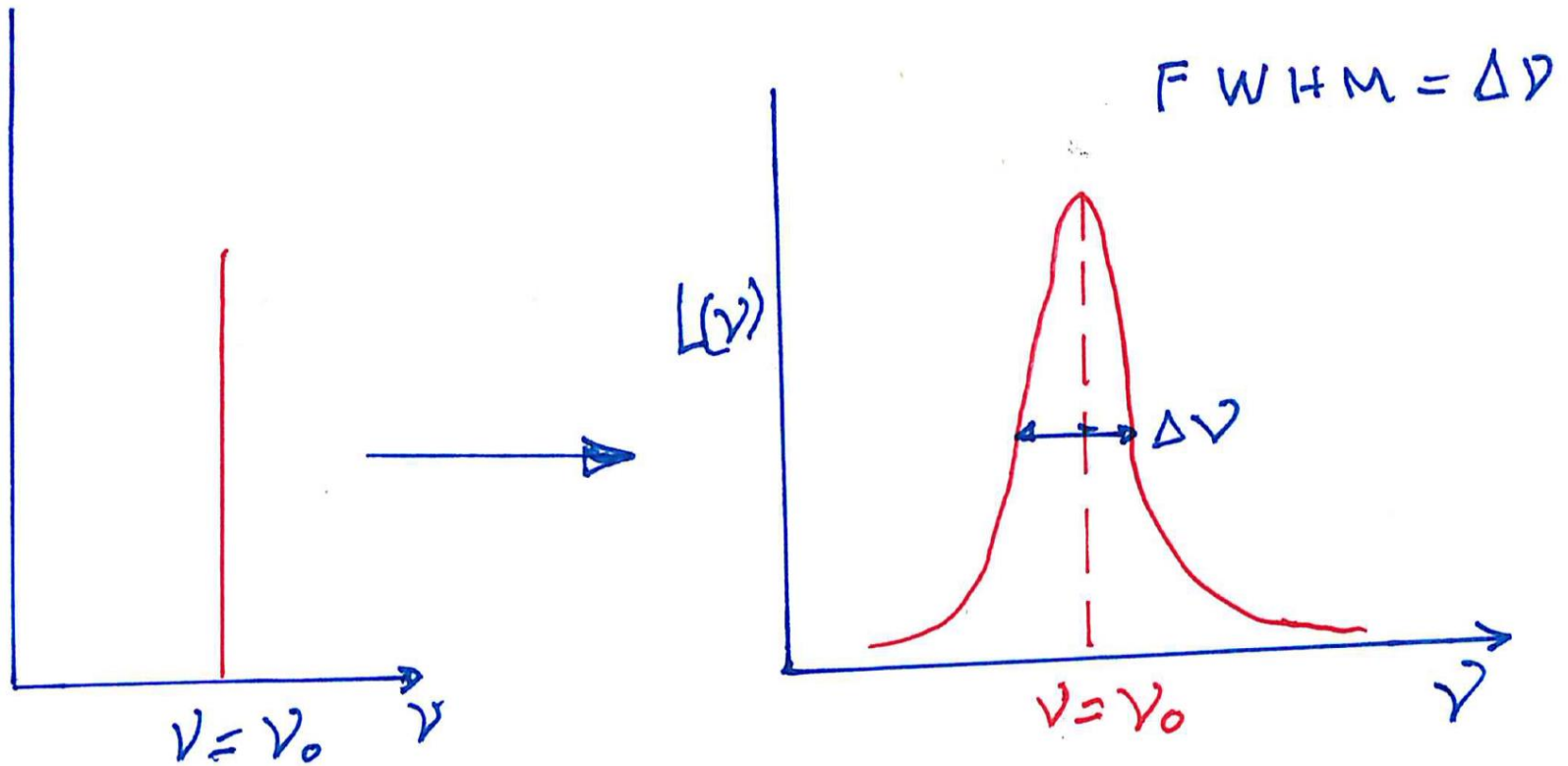
- Note au sujet des transitions entre niveau d'énergie du point de vue quantique:
- 1) les niveaux d'énergie ne sont en fait connus qu'avec une certaine précision (ΔE)
(accumulation de niveaux de +en+ dense)
- 2) les électrons dans un état excité, restent dans cet état pendant un certain temps (Δt) avant de transiter vers le niveau fondamental (ground state) et donc selon le principe d'incertitude l'énergie d'un niveau est **INCERTAINE** par une quantité ΔE donnée par

$$\Delta E \Delta t \approx \hbar/2 = h/4\pi$$

- $E = h \nu \implies \Delta E = h \Delta \nu \implies \Delta \nu = \frac{1}{4\pi\Delta t}$


- \rightarrow *Broadening* (appelée “natural linewidth”)

i.e. function delta \implies distribution de Lorentz $L(\nu)$

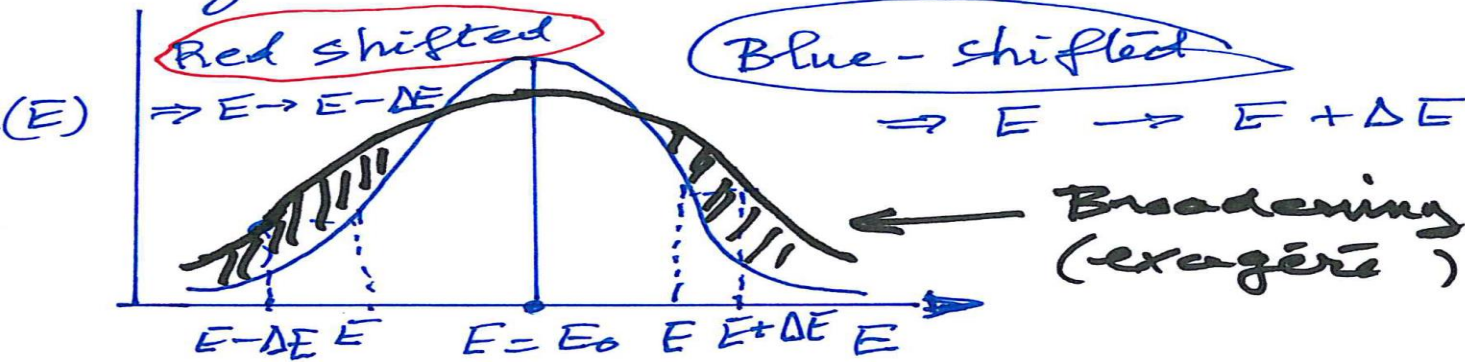


$$L(\nu) = \frac{\Delta \nu / 4\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta \nu / 4\pi)^2}$$

(Courbe de Lorentz)


 Atomes s'éloignant
 l'observateur
 (en moyenne) sont
Red-shifted

$\nu \downarrow \Rightarrow \lambda \uparrow$
 λ glisse vers le
 rouge du spectre



L'aire reste la même car le gaz d'atomes
 est en équilibre c'ad pas de création ni
 d'absorption d'atomes
 \Rightarrow nombre d'atomes reste ~~in~~ inchangé
 les parois de la cavité n'émettent ni absorbent
 des atomes)
 énergie plutôt basse)

Atomes s'approchant
 de l'observateur
 (en moyenne) sont
Blue-shifted
 $\Rightarrow \nu \uparrow \Rightarrow \lambda \downarrow$
 λ glisse vers
 le bleu du spectre

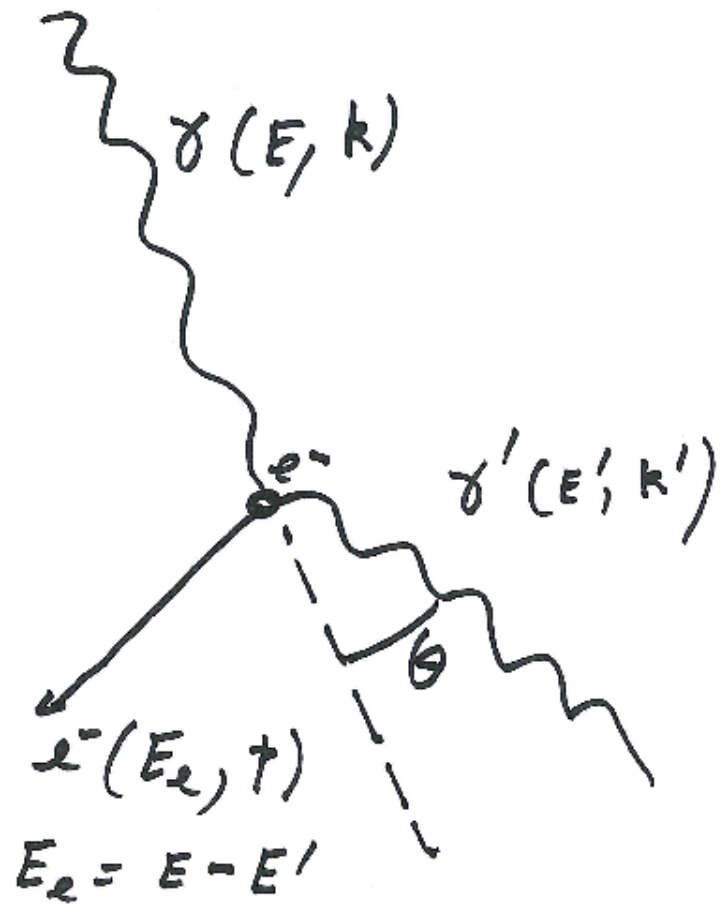
Effet Compton

- interaction d'un photon incident avec un électron stationnaire.
- le photon incident transfère de l'énergie à un électron atomique (recul) $E_R = E_e = T$ (énergie cinétique)

$$E_R = E_e = T = E \text{ (photon incident)} - E' \text{ (photon diffusé)}$$

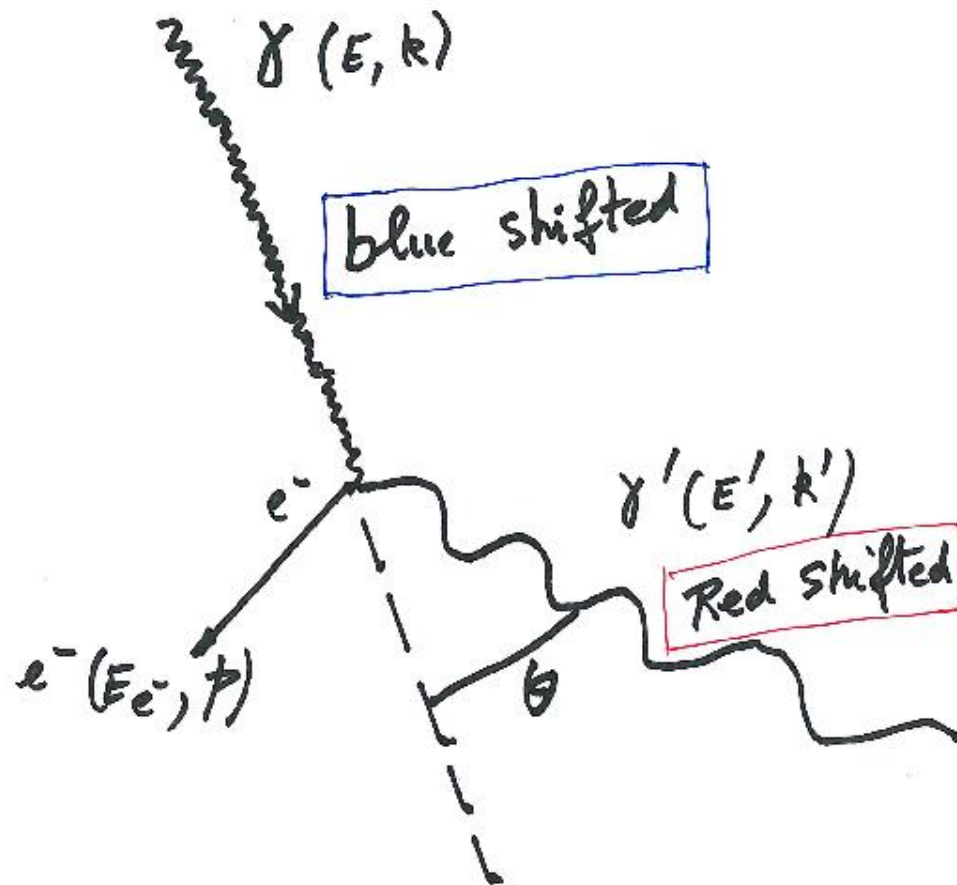
(tous les angles de diffusion sont possibles).

- L'énergie de liaison de l'électron est négligeable comparée à celle du photon incident



Remarque: Compton et Doppler shift

- Si on tient compte de **l'effet Doppler**
- Si on se place dans le repère de l'électron (observateur), le photon incident est blue-shifted (se dirige vers l'observateur) → λ *petite car* correspondant à **une énergie croissante** et le photon diffusé est red-shifted (s'éloigne de l'observateur) → λ **est grande** car correspondant à **une énergie décroissante**.



Effet Compton (sans Doppler)

- Cinématique
- Conservation de l'impulsion:

$$k = p + k' \rightarrow cp = ck - ck'$$

Conservation de l'énergie:

$$E + m_0 c^2 = E' + E_e = E' + T + m_0 c^2$$

$$\rightarrow T = E - E'$$

Conservation de l'impulsion \rightarrow

$$\begin{aligned} (cp)^2 &= (ck - ck')^2 \\ &= (ck)^2 + (ck')^2 - 2(ck)(ck') \end{aligned}$$

- $(cp)^2 = E^2 + E'^2 - 2EE'\cos\vartheta$

avec $(cp)^2 = Ee^2 - (m_0c^2)^2$ et $E = E' + T$

(cfr $T = E - E'$) et $E_e = T + m_0c^2$

$$E_e^2 - (m_0c^2)^2 = E^2 + (E')^2 - 2EE'\cos\vartheta$$

$$\rightarrow T^2 + 2m_0c^2T = (E + T)^2 + (E')^2 + 2E(E' + T)\cos\vartheta$$

$$\rightarrow m_0c^2T = (E'^2 + E'T)(1 - \cos\vartheta)$$

$$\rightarrow [m_0c^2 + E(1 - \cos\vartheta)]E' = m_0c^2E$$

$$\therefore E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{m_0c^2}(1 - \cos\vartheta)}$$

Effet Compton

- L'effet Compton illustre aussi la dualité particule-onde:

$$E = h \frac{c}{\lambda} \qquad E' = h \frac{c}{\lambda'}$$

L'énergie de l'électron de recul est:

$$E_e = T + m_0 c^2 = E_R = E - E'$$



$$E_R = E \frac{E}{m_0 c^2} (1 - \cos \vartheta) / [1 + \frac{E}{m_0 c^2} (1 - \cos \vartheta)]$$

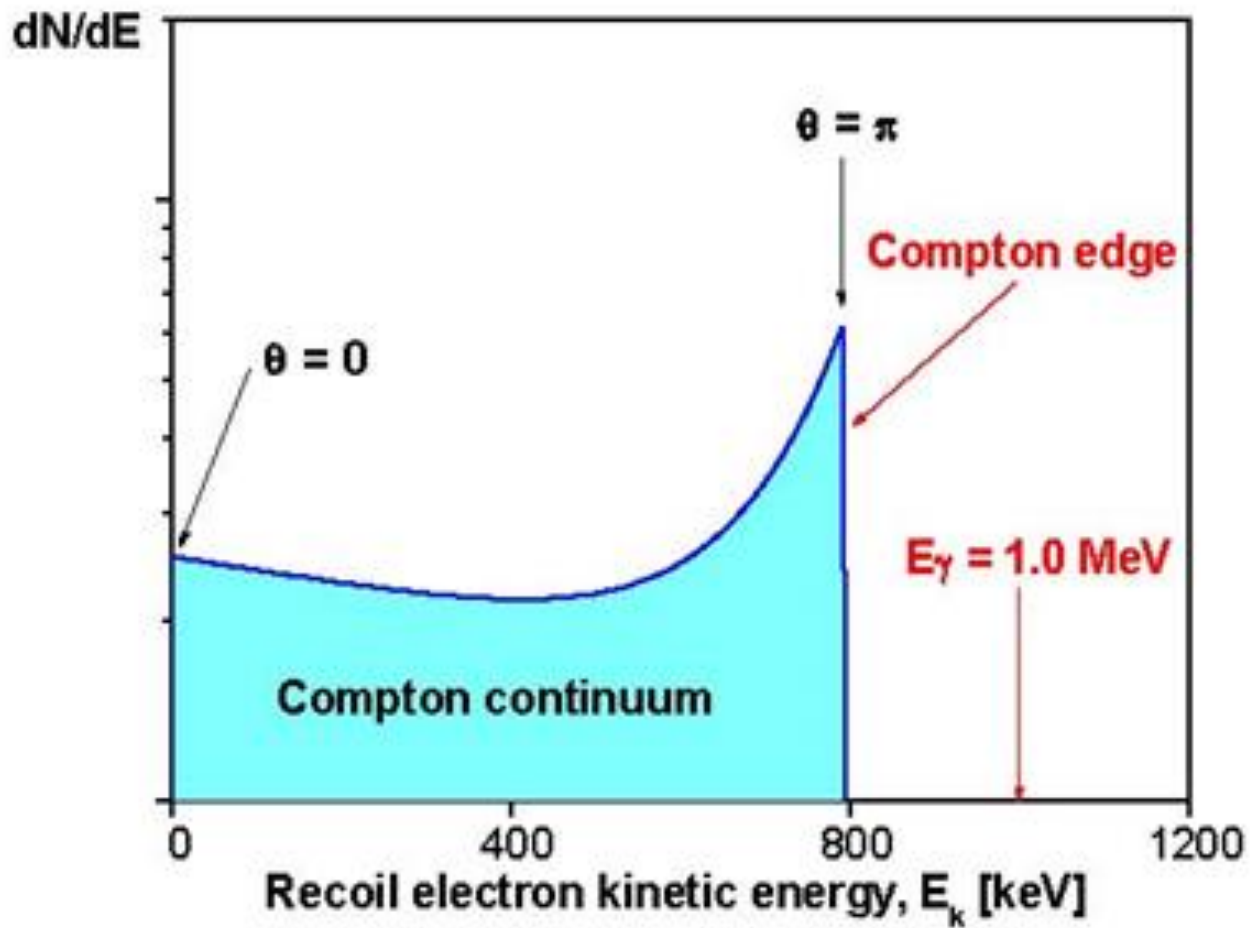
Effet Compton

- Transfert minimal d'énergie à l'électron pour $\vartheta = 0$ ($\cos \vartheta = 1$, diffusion avant) i.e., $E = E'$ et donc $E_R = E - E' = 0$
- Transfert maximal d'énergie à l'électron pour $\vartheta = \pi$ ($\cos \vartheta = -1$, diffusion arrière) i.e.,

$$E' = \frac{E}{1 + 2E/m_0c^2} \quad \text{et} \quad E_R = E \frac{2E/m_0c^2}{1 + 2E/m_0c^2}$$

“Compton Edge”

Autres valeurs de l'angle $\vartheta \rightarrow$ Continuum



Diffusion de Klein-Nishina

- $$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 \left(\frac{E_f}{E_i} \right)^{**2} \left[\frac{E_i}{E_f} + \frac{E_f}{E_i} - \sin^2\vartheta \right]$$

- Section efficace devient plus petite pour des photons de grandes énergies (Diffusion Compton devient inefficace à grandes énergies)
- Section efficace est plus grande pour de petits angles $d\sigma/d\Omega(\vartheta=0) \gg d\sigma/d\Omega(\vartheta=\pi)$
- $\vartheta = 0 \rightarrow$ (diffusion avant) $E_f = E_i$

$\frac{d\sigma}{d\Omega} / (e^2/m_e c^2)^2 = 1$ pour $\vartheta = 0$ (diffusion Thomson = diffusion sur un électron libre)

$$\sigma_T = \frac{1}{6\pi\epsilon_0^2} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

- $\vartheta = \pi \rightarrow$ diffusion arrière $E_f = E_i / (1 + 2E_i/m_e c^2)$

– Thomson

— — — — spin 0

····· spin ½ (électron)

Sect. 14.7

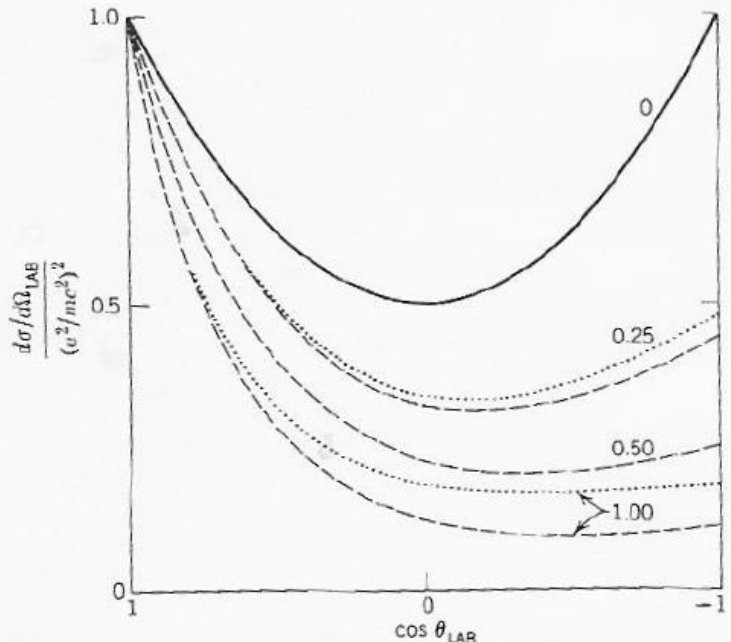


Fig. 14.13 Differential scattering cross section of unpolarized radiation by a point charged particle initially at rest in the laboratory. The solid curve is the classical Thomson result. The dashed curves are the quantum-mechanical results for a spinless particle, with the numbers giving the values of $\hbar\omega/mc^2$. For $\hbar\omega/mc^2 = 0.25, 1.0$ the dotted curves show the results for spin ½ point particles (electrons).

the Thomson formula for scattering of radiation by a free charge, ... gamma rays by

Dépendance de la section efficace Compton en Z et énergie du photon

- dépendance de la section efficace en nombre atomique de l'absorbeur (Z_{abs}) et de l'énergie du photon (E_γ):

$$\sigma_c = C \frac{Z}{A} \rho \frac{1}{E_\gamma}$$

- (C = constante, ρ = densité du matériau)
- La section efficace Compton est appelée section efficace incohérente puisque l'effet Compton se fait atome par atome